GYMNASIUM CAROLINUM BERNBURG

Klausur unter Prüfungsbedingungen 2016
MATHEMATIK
grundlegendes Anforderungsniveau
Arbeitszeit: 210 Minuten

Aufgabe 1 ***ANALYSIS***

Gegeben ist die Funktion f mit $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\mathbf{e}^{\mathbf{2x}}(\mathbf{1} - \mathbf{x})\,; x\epsilon R.$

a) Berechnen Sie die Schnittpunkte der Funktion f mit den Koordinatenachsen, untersuchen Sie das Verhalten der Funktion im Unendlichen und bestimmen Sie Art und Lage der Extrem- und Wendepunkte der Funktion f.
Beschreiben Sie mittels der 1. Ableitung das Monotonieverhalten von f.

$\left[\text{Ergebnis zur Kontrolle: } \mathrm{f}'(\mathrm{x}) = e^{2x}(\frac{1}{2} - x)\right]$

Die Funktion f schneidet die y-Achse im Punkt S. Stellen Sie eine Gleichung der Tangente t an den Graphen von f im Punkt S auf.

Zeichnen Sie den Graph der Funktion f unter Berücksichtigung der bisherigen Ergebnisse und einiger geeigneter Funktionswerte. Tragen Sie dabei auch die Tangente t in die Zeichnung ein.

b) Stellen Sie die Gleichung der Funktion g auf, deren Graph zum Graphen der Funktion f bezüglich der y-Achse symmetrisch ist. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

c) Die Parallele zur y-Achse durch den Hochpunkt der Funktion f schließt zusammen mit dem Graphen von f, der x- Achse und der Geraden x = a mit $-\infty < a \leq 0$ eine Figur mit dem Flächeninhalt A ein.
Berechnen Sie die Fläche A in Abhängigkeit von a, dazu weisen Sie zunächst folgende Aussage nach.
„ Die Funktion F mit $F(x) = \frac{1}{4}e^{2x}\left(\frac{3}{2} - x\right)$ *ist eine Stammfunktion von f."*
Überprüfen Sie, ob der Grenzwert $\lim_{a\to-\infty}\int_a^{0,5} f(x)dx$ existiert.

d) Die Graphen von f und g haben im Intervall 0 < x < ∞ genau einen Punkt gemeinsam. Zeigen Sie, dass für die x- Koordinate dieses Punktes gilt: 0 < x < 1.